

Экспоненциальная фаза эпидемии COVID-19

Благовещенский Ю.Н.

1. Введение

Психологически человек всегда склоняется к линейному восприятию событий и зависимостей, однако естественным законом развития в биологической и технической эволюциях почти всегда выступает ускоряющийся рост, что обусловлено заложенной в природных явлениях положительной обратной связью. Любая технология, которая переходит из физического состояния в цифровое, становится на путь экспоненциального роста, который на начальном этапе выглядит обманчиво незначительным. Но по достижению определенного порога рост как бы взрывается (закон Мура – удвоение числа транзисторов на кристалле интегральной схемы каждые два года). Нечто аналогичное наблюдается и в биологии микроорганизмов¹ (см. рисунок 1, экспоненциальная фаза).

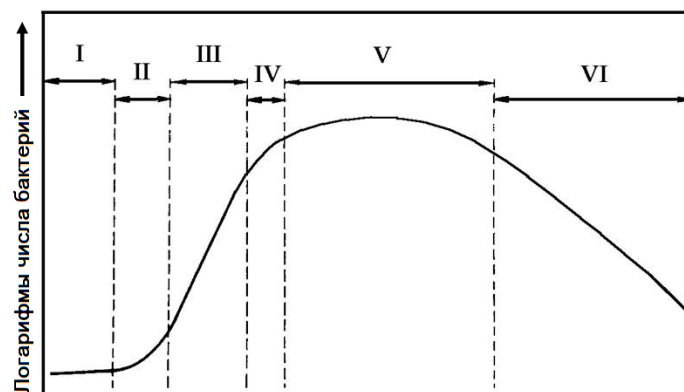


Рис.1. Фазы кривой роста числа бактерий в замкнутой системе: I – лаг-фаза, II – экспоненциальная фаза, III-IV – фазы линейного роста и замедления, V – стационарная фаза, VI – фаза отмирания.

Эта особенность отдельных природных и техногенных процессов сплошь и рядом приносит катастрофические последствия: нашествия саранчи, пандемии, загрязнение среды отходами жизнедеятельности и многое другое. Естественно, что взрывной характер таких процессов всегда ограничен во времени: либо исчерпываются ресурсы для его существования, либо разрушается сама среда, содержащая эти ресурсы.

Развитие эпидемии COVID-19 практически в любой стране, в любом мегаполисе происходит примерно по тем же законам, которые резко усложняются из-за активной реакции на её динамику социальной среды (действия властей и поведение людей). Реальное число инфицированных на изучаемой территории, будь то государство, мегаполис или выделенный иным способом регион, вначале исчисляется единицами, но в какой-то момент происходит вспышка, число зараженных начинает нарастать экспоненциально. В это время общество начинает реагировать на разрастающуюся эпидемию, вводятся разного рода запреты на собрания людей и обязательные санитарно-гигиенические нормы, так что эти противодействия распространению эпидемии давят в той или иной степени её естественную динамику, экспоненциальный рост начинает терять свою стремительность, иногда переходит в стадию линейного роста, иногда возникает достаточно длинная пляска с прыжками то вниз, то вверх, а иногда резко обрывается и начинает падать. В какой-то момент после падения наступает фаза от-

¹ См., например, https://en.wikipedia.org/wiki/Bacterial_growth.

мирования – фаза затухания для эпидемии. В отличие от кривой роста бактерий затухание возникает задолго до исчерпания ресурсов распространения COVID-19, поскольку оно обусловлено прежде всего мерами борьбы населения и властей с эпидемией. В силу этого затухание происходит медленно и волнообразно, возможно – с мощными всплесками из-за недостаточно продуманных послаблений со стороны общества.

В этой работе основное внимание уделяется фазе экспоненциального роста эпидемии, т.е. того периода, когда число инфицированных коронавирусом SARS-CoV-2 в тот или иной день пропорционально общему числу инфицированных, которое было зафиксировано за предыдущие сутки. Это можно выразить неравенством $n(t) \geq g \cdot N(t - 1)$, где $n(t)$ – число заражений за одни сутки, отнесенное к дате t , а $N(t - 1)$ – общее число выявленных заражений на момент $t - 1$, причем, коэффициент g должен быть не очень маленьким, например, не меньше $\frac{1}{8}$, если исходить из опыта распространения COVID-19.

Очевидно, что экспоненциальная фаза любой высокотоксичной эпидемии является самой опасной для населения прежде всего потому, что она появляется из обыденного процесса с единичными заражениями как бы мгновенно, эффект неожиданности и неготовности к резкому изменению ситуации застаёт и людей, и власти врасплох, приводит, пусть и не всегда, к катастрофическим ошибкам в принятии решений по борьбе с заразой.

Это послужило отправной точкой в выборе главной цели исследования, которую можно сформулировать вкратце следующим образом: **по текущим данным о распространении эпидемии сконструировать индикатор, который максимально рано извещал бы о наступлении экспоненциальной фазы**. Однако проведенное исследование было чуть шире этой цели и решало, по сути, чуть иную проблему. А именно, в качестве текущих данных брались ряды $n(t_A), n(t_A + 1), \dots, n(t)$, где t_A – момент появления в стране первого, официально зарегистрированного носителя SARS-CoV-2, t – текущая дата, и ничего больше. По этим данным решались следующие задачи:

- По $n(t)$ за весь период наблюдений² от $t = t_A$ до $t = t_B$ распространения COVID-19 найти такие даты t_0 и t_e , которые можно было бы достаточно убедительно интерпретировать как начало и конец экспоненциальной фазы эпидемии.
- По текущим данным вплоть до момента $t \geq t_0$ найти критерий, по которому проверялась бы гипотеза о том, что экспоненциальная фаза эпидемии на момент t уже наступила. Очевидно, что таких критериев может быть много, но нам нужен тот, для которого лаг $\Delta = t_0 - t$ был бы минимальным.
- Подобно предыдущей задаче найти критерий, по которому для $t \geq t_e$ проверялась бы гипотеза о том, что экспоненциальная фаза эпидемии уже закончилась.

Естественно, что решение этих задач не должно зависеть от территории, оно должно быть в каком-то смысле всеобщим. И так как невозможно надеяться на какие-нибудь убедительные статистические выводы в условиях великого многообразия стран с их особенностями культурной и политической жизни, то для осуществления этого замысла был выбран подход, близкий по духу к экспериментальным исследованиям в биологии и медицине, когда объекты наблюдения делятся на две партии, эксперимент и контроль.

Таким образом исследование проводилось на пяти странах³, которые в какой-то мере отражали многообразие возможных вариантов распространения COVID-19. А в качестве контрольной выборки выступали три страны, которые были названы тремя сотрудниками фонда

² В этом исследовании для любой страны брались данные с 1 января по 30 мая 2020 года (это и есть t_A и t_B).

³ Это – Испания, Великобритания, Южная Корея, Канада и Мексика.

ИНДЕМ, работающими с источниками данных о коронавирусе SARS-CoV-2, но не знакомыми с проводимым исследованием. Каждому из троих было предложено выбрать какую-нибудь страну, подготовив для неё исходные данные и источника этих данных. Этими странами оказались Сингапур, Новая Зеландия и Чехия.

Результаты исследования, которые излагаются в этой статье, показывают эффективность предложенных решений и характеризуют их важность для решения конкретных задач, стоящих в каждой стране перед властями, когда решения сильно зависят от того, в какой фазе развития находится в тот или иной момент эпидемия. Укажем лишь на один конкретный результат, который позволяет по наблюдениям $n(t_A), n(t_A + 1), \dots, n(t)$ вычислять последовательность индикаторов $I_{exp}(\tau)$ для $\tau = t_A, t_A + 1, \dots, t$ и выявлять тот момент, когда впервые окажется, что $I_{exp}(\tau) = 1$. Это $\tau = \hat{t}_0$ и является той датой, когда властям предлагается принимать самые суровые меры против распространения эпидемии. Так вот, оказывается, что предложенная формула для $I_{exp}(\tau)$ властям Испании, Великобритании и Мексики указала бы на фазу экспоненциального роста на 2 недели раньше, чем их правительства решились на серьезные меры противодействия эпидемии COVID-19. На несколько дней раньше обязаны были бы среагировать власти Канады и только власти Южной Кореи начали действенные меры борьбы с коронавирусом SARS-CoV-2 ровно в тот день, который определяется по предложенной нами методике.

Проведенный такого же рода анализ для трех контрольных стран подтвердил эффективность предложенных решений и выявил ряд интересных нюансов, о которых мы расскажем по ходу изложения материала.

2. Индикаторы экспоненциальной фазы эпидемии

Обозначим через D массив данных о динамике суточного числа инфицированных SARS-CoV-2 за весь период наблюдений от $t = t_A$ до $t = t_B$. Что же тогда будет означать сформулированная во введении задача о начале экспоненциальной фазы t_0 ? Очевидно, что момент старта экспоненциальности можно обнаружить лишь по данным, относящимся к $t \geq t_0$, поскольку t_0 по определению соотносится с будущей траекторией распространения COVID-19, как, впрочем, и дата t_e окончания экспоненциальности, которую можно определить лишь по данным для $t \geq t_e$. Другими словами, для поиска t_0 нам надо сформулировать требования T_0 к не очень длинному ряду⁴ из s данных $n(\tau), \dots, n(\tau + s - 1)$, при выполнении которых дата τ будет претендовать на момент старта экспоненциальной фазы, тогда как старт отдается, естественно, самой ранней из дат, для которой требования T_0 выполняются. И точно те же соображения можно отнести к задаче о дате t_e . Отличие будет лишь в системе требований T_e к ряду данных $n(\tau), \dots, n(\tau + s - 1)$, чтобы дату τ считать возможной датой окончания экспоненциальной фазы.

Полученные в результате тех или иных действий даты t_0 и t_e ещё не решают нашей главной задачи, дающий ответ на самый важный для борьбы с эпидемией вопрос: "Как скоро после наступления экспоненциальной фазы и по каким признакам мы могли бы сказать, что это действительно произошло?". Конечно, искомую дату \hat{t}_0 нельзя найти среди $\tau \leq t_0$, так как только после t_0 может появиться полезная информация об экспоненциальной фазе эпидемии. И для того чтобы вскоре после t_0 с хорошей уверенностью говорить о наличии этой фазы, надо рассмотреть данные за несколько предшествующих дате τ дней и научиться по ним отвечать на вопрос: "Уже произошел старт экспоненциальности или ещё нет?". Другими словами, надо

⁴ Если уж действительно наступила фаза экспоненциальности, то за 5-7 дней наблюдения обязательно должна проявиться положительная и значимо отличная от нуля связь между $n(t)$ и $N(t - 1)$, позволяющая обосновать главный критерий экспоненциальности: $n(t) \geq g \cdot N(t - 1)$ с достаточно отделенным от нуля $g > 0$.

взять небольшое число⁵ предшествующих дате τ наблюдений и подыскать систему требований \hat{T}_0 , выполнение которых позволяет говорить, что эпидемия уже находится в экспоненциальной фазе. Ближайшая к t_0 дата τ , удовлетворяющая требованиям \hat{T}_0 , обозначается нами \hat{t}_0 и называется *оценкой начала экспоненциальной фазы эпидемии*, т.е. оценкой t_0 . Аналогичным образом ищется оценка t_e , которая обозначается \hat{t}_e и строится на базе требований \hat{T}_e к испытуемым датам τ . Решение этих задач лежит в экспериментальной области: надо рассмотреть массу разных графиков для кучки стран с разным характером развития эпидемии и испытать разные индикаторы наличия экстремальности и её отсутствия. Такая работа была проделана для целого ряда стран с двух позиций:

- (1) По каким признакам можно установить границы экстремальной фазы, имея перед собой данные за весь период наблюдений?
- (2) Какие особенности текущих данных на момент τ могут рассматриваться как достаточное основание считать, что экспоненциальная фаза уже наступила (прекратилась)?

Для того, чтобы сформулировать результат этой работы, т.е. определить требования T_0, T_e, \hat{T}_0 и \hat{T}_e к τ , определяющие даты t_0, t_e, \hat{t}_0 и \hat{t}_e нам надо ввести несколько вычисляемых по наблюдаемым данным характеристик, т.е. определить их и обозначить.

Для любой даты τ , отстоящей на 10 дней или более от появления первого зараженного, мы можем рассчитать $\lambda(\tau)$ – наклон прямой, проведенной по методу наименьших квадратов через точки $Q_i = (\tau + i - 10; \ln N(\tau + i - 10))$, $1 \leq i \leq 10$. Точно так же для любой даты τ , отстоящей от начала эпидемии хотя бы на 4 дня, мы можем вычислить $\lambda'(\tau)$ – наклон прямой, проведенной через точки $Q'_i = (\tau + i - 5; \ln N(\tau + i - 5))$, $1 \leq i \leq 5$. Это были расчеты "в прошлое", но нам понадобятся ещё расчеты "в будущее": для любой даты τ мы можем вычислить $\hat{\lambda}(\tau)$ – коэффициент экспоненциальности $N(t)$, наклон прямой, проведенной через точки $\hat{Q}_i = (\tau + i - 1; \ln N(\tau + i - 1))$, $1 \leq i \leq 7$.

Для даты τ , отстоящей от начала эпидемии на 10 и более дней, мы можем рассчитать коэффициент корреляции $r(\tau)$ между значениями $X_i = n(\tau + i - 10)$ и $Y_i = N(\tau + i - 11)$ для i от 1 до 10. Дополнительно рассчитывается по методу наименьших квадратов наклон $d(\tau)$ прямой, проходящей через точки $(\tau + i; r(\tau + i))$, $0 \leq i \leq 4$.

Каков же смысл этих новых характеристик? По внутренней сущности их всего две. Это наклоны прямых, которые аппроксимируют разными способами касательные к графику $y(t) = \ln N(t)$ в точке $t = \tau$ и коэффициенты корреляции между суточным числом инфицированных $n(t)$ и общим числом выявленных заражений $N(t - 1)$, зафиксированных в предшествующий день. Как уже ранее говорилось, положительная связь между $n(t)$ и $N(t - 1)$ является одним из критериев существования экспоненциальной фазы, а величина $d(\tau)$ в какой-то мере оценивает тренд коэффициентов корреляции, показывает, растут они или убывают, и как быстро это происходит.

Чисто теоретически можно доказать, что из неравенства $n(t) \geq g \cdot N(t - 1)$ при достаточно длинных интервалах его выполнения следует, что $\ln N(t) \geq g \cdot t$. Отсюда уже выводится, что линейность графика $y(t) = \ln N(t)$ на том или ином интервале дат с не очень маленьким коэффициентом наклона явно говорит об экспоненциальной фазе эпидемии.

Отметим, что всякие статистические критерии во всех этих расчетах играют лишь роль подсказок, а не обоснований с определенным уровнем надежности. Наглядным примером этих двух характеристик могут служить данные по Новой Зеландии (рисунок 2).

На диаграмме 2(б) мы видим, сколь хорошо выражен линейный рост логарифмов $N(t)$.

⁵ Как и в предыдущих случаях по нашему опыту достаточно использовать ряды в 5-7 наблюдений.

И, кстати, определенные выше характеристики $\lambda(\tau)$, $\lambda'(\tau)$ и $\hat{\lambda}(\tau)$ являются разными подходами к оценке линейности одного и того же графика. Разница между ними лишь в том, что первые две величины используют *прошлое* относительно даты τ (на глубину в 10 и 5 дней соответственно), а для $\hat{\lambda}(\tau)$ используется *будущее*: 5 дней вместе с τ .

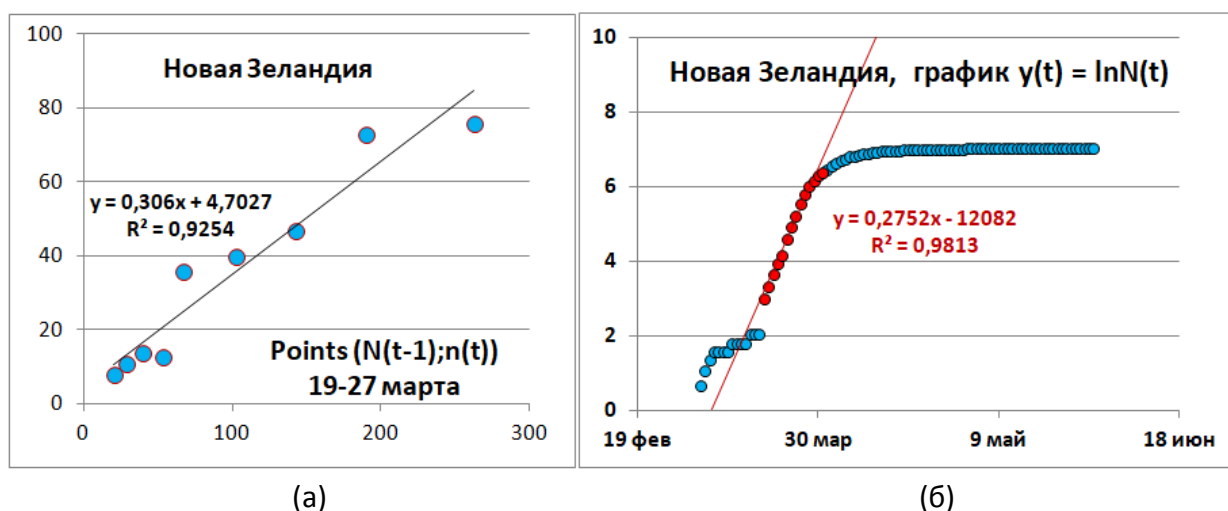


Рис.2. Слева представлена диаграмма (а) рассеяния точек $(N(t - 1); n(t))$ для t от 19 до 27 марта; коэффициент детерминации $R^2 = 0,9254$. На диаграмме (б) дан график логарифмов $N(t)$; через красные точки (19-31 марта) проведена аппроксимирующая их прямая.

На диаграмме 2(а) показано, как выглядит зависимость $n(t)$ от $N(t - 1)$ после старта⁶ экспоненциальной фазы эпидемии в Новой Зеландии. Коэффициент корреляции между этими переменными равен 0,962 (корень из коэффициента детерминации $R^2 = 0,9254$).

Отметим, что близкие к 1 коэффициенты корреляции являются важными признаками экспоненциальности, так что использование $r(\tau)$ и его динамики в индикаторах вполне оправдано.

Теперь мы можем перейти к формулировкам требований, предъявляемых к дате τ , чтобы её можно было признать той или иной критической датой, связанной с экспоненциальной фазой эпидемии. Вот эти требования ко всем четырем датам.

T_0 : дату τ следует принять за t_0 , если она первая в ряду, для которой
либо $\hat{\lambda}(\tau) > 0,2$; $r(\tau + i) > 0$ для $0 \leq i \leq 4$ и $\min[r(\tau + 3), r(\tau + 4)] > 0,75$;
либо $\hat{\lambda}(\tau) > \frac{1}{8}$; $r(\tau + i) > 0$ для $0 \leq i \leq 4$ и $\min[r(\tau + 1), \dots, r(\tau + 4)] > 0,8$.

T_e : дату τ следует принять за t_e , если $t_e > t_0$ и это первая дата в ряду, для которой
либо $d(\tau) < -0,1$; $\hat{\lambda}(\tau) < \frac{1}{8}$ и $r(\tau) < 0,75$;
либо $d(\tau) < 0$; $\hat{\lambda}(\tau) < 0,075$ и $r(\tau) < 0,3$.

\hat{T}_0 : дату τ следует принять за \hat{t}_0 , если она первая в ряду, для которой
либо $r(\tau) > 0,8$ и $\min(\lambda(\tau - 4); \lambda(\tau - 3); \lambda(\tau - 2); \lambda(\tau - 1); \lambda(\tau)) > 0,2$;
либо $r(\tau) > 0,8$; $\lambda(\tau) > \frac{1}{8}$ и $\lambda_i = \lambda(\tau - 5 + i)$ строго растут от $i = 1$ до $i = 5$.

\hat{T}_e : дату τ следует принять за \hat{t}_e , если $\hat{t}_e > \hat{t}_0$ и она первая в ряду, для которой
 $r(\tau) < 0,5$; $\lambda(\tau) < \frac{1}{8}$; $\lambda'(\tau) < \frac{1}{8}$; $\lambda(\tau - 4) > \lambda(\tau - 3) > \lambda(\tau - 2) > \lambda(\tau - 1) > \lambda(\tau)$.

Примечание. Фактически мы выписали условия, при которых соответствующий индикатор принимает значение 1 (при невыполнении условий его значение 0). Например, $I_e(\tau) = 1$ тогда

⁶ Исходя из предложенных нами индикаторов, о которых пойдет речь далее, экспоненциальная фаза эпидемии в Новой Зеландии началась 18 марта и продолжалась до 30 марта включительно.

и только тогда, если выполнено хотя бы одно из двух условий:

- 1) либо одновременно $d(\tau) < -0,1$; $\hat{\lambda}(\tau) < \frac{1}{8}$ и $r(\tau) < 0,75$;
- 2) либо одновременно $d(\tau) < 0$; $\hat{\lambda}(\tau) < 0,075$ и $r(\tau) < 0,3$.

Смысл требований T_0 не так уж сложно объяснить. Выбирая τ за начало экспоненциальной фазы мы должны иметь в виду, что она ещё не началась, что она всего лишь стартует, а поэтому мы можем решить, принять $\tau = t_0$ или нет, лишь по данным, относящимся к датам $\tau + i$ $i > 0$. И конечно же, надо использовать $r(\tau)$ – коэффициент корреляции между общим числом инфицированных и числом вновь зараженных на следующий день. И естественно, что $r(\tau)$ надо использовать в сочетании с коэффициентом наклона $\hat{\lambda}(\tau)$, который оценивает скорость роста $\ln N(t)$ в ближайшую неделю (начиная с τ). Именно поэтому требования к значениям $r(t)$ в следующие за τ дни оказываются более жёсткими, когда $\hat{\lambda}(\tau)$ оказывается недалеко от пограничного значения⁷ $\frac{1}{8}$, а именно, когда $\frac{1}{8} < \hat{\lambda}(\tau) \leq 0,2$.

Гораздо сложнее с выбором даты, начиная с которой мы могли бы сказать, что экспоненциальный характер эпидемии закончился. Дело в том, что это – момент приближения к максимальным значениям числа инфицированных, выявляемых за одни сутки, т.е. к периоду, когда их число может то уменьшаться, то снова возрастать, создавая похожую на статистический хаос траекторию. Другими словами, наступающий период эпидемиологического процесса может представлять, по крайней мере, два типа траекторий: одни будут похожи на нечто пилообразное и, одновременно, хаотическое, а другие – на прохождение тропы через перевал, но с небольшими ущельями по пути, которые заставляют двигаться то вверх, то вниз. Отсюда и двойственность требований T_e . Второй вариант выбора t_e относится к хаотическому процессу выхода из экспоненциальной фазы, тогда как первый относится, скорее всего, к тропе через перевал.

Отметим, что отрицательные значения $d(\tau)$ означают, что коэффициент корреляции $r(\tau)$ в предстоящие 4 дня будет падать (в среднем), а неравенство $d(\tau) < -0,1$ означает, что это падение будет сравнительно устойчивым. Это – важный индикатор приближения к перевалу, где коэффициент корреляции в идеале меняет знак с плюса на минус. А поскольку ещё требуется выполнение неравенства $r(\tau) < 0,75$, то можно ожидать, что в ближайшие дни корреляция станет незначимой⁸. Дополнительным подтверждением выхода из пандемии является неравенство для коэффициента экспоненциальности $\hat{\lambda}(\tau) < \frac{1}{8}$. На такого же рода субъективно-аналитических соображениях основан и второй вариант условий, при которых дата τ выбирается за t_e , но их изложение слишком сильно увело бы в сторону, поскольку уходит корнями в область степенных зависимостей и фрактальных траекторий.

Смысл требований \hat{T}_0 и \hat{T}_e прост в главном, поскольку работают главные показатели наличия экспоненциальной фазы эпидемии. Это коэффициент корреляции между общим числом зараженных на сегодня и тем, сколько новых инфицированных появится через сутки. И это коэффициенты экспоненциальности⁹ $\lambda(\tau)$ и $\lambda'(\tau)$. Но совсем непросто объяснить смысл того, каким образом и с какими константами эти показатели входят в структуру требований.

⁷ В идеальных условиях экспоненты для $N(t)$ и при простейших допущениях о наблюдаемых отклонениях от неё экспериментальных данных можно доказать, что в среднем $\frac{1}{8}$ – почти точная граница значимости для того, чтобы считать коэффициент наклона $\hat{\lambda}(\tau)$ положительным.

⁸ При $r(\tau) < 0,576$ на уровне $\alpha = 0,05$ гипотеза о нулевом коэффициенте корреляции в случае независимых и одинаково нормально распределенных 10-ти наблюдений не отвергается.

⁹ Напоминаем: вычисляются как наклон прямой, проходящей через k точек на графике $y(t) = \ln N(t)$, причем, $\lambda(\tau)$ вычисляется по 10 точкам (τ и 9 более ранних дат), а $\lambda'(\tau)$ – по 5 (4 перед τ и само τ).

Как уже объяснялось ранее, никаких удобных для статистических расчетов моделей у нас нет, так что структура критериев и выбор констант базируется на экспериментальном материале и на собственном многолетнем опыте работы с данными.

3. Результаты выявления экспоненциальной фазы для конкретных стран

Напомним, что исследование опиралось на три группы стран. Одна из них, самая многочисленная¹⁰, была группой *предварительного* анализа. После этого была сформирована группа из 5-ти стран, которую можно было бы назвать *испытательным полигоном* для предлагаемых индикаторов и их корректировки. Для этой цели из первой группы были взяты Испания, Великобритания и Ю. Корея, к которым были добавлены Канада и Мексика, представители американского континента. Третья группа – это три страны, Новая Зеландия, Чехия и Сингапур, которые были предложены¹¹ в качестве *тестовых задач* для уже разработанных индикаторов экспоненциальной фазы эпидемии.

Как мы уже говорили, главной является задача поиска таких статистических индикаторов, чтобы по наблюдениям за ходом эпидемии вплоть до текущей даты τ мы могли бы сказать: "Да, с сегодняшнего дня надо считать, что наступила фаза экспоненциального роста, и срочно принимать соответствующие меры противодействия распространению эпидемии". Очевидно, что поиск достаточно надежных и в то же самое время использующих максимально короткий промежуток времени (*лаг*) после фактического начала экспоненциальности индикаторов, крайне важен, чтобы вовремя принять меры против распространения заражений. Даже 3-4 дня опоздания могут привести к резкому ухудшению ситуации, после чего придется принимать уже сверх крайние меры, вызывая кучу отрицательных последствий в экономике и в условиях жизни. В силу этого крайне важны оценки получаемых по нашей методике лагов $\Delta_0 = \hat{t}_0 - t_0$ и $\Delta_e = \hat{t}_e - t_e$, особенно для тестовых стран (см. таблицу 1).

Таблица 1. Результаты установления границ экспоненциальной фазы и временных лагов при принятии решений о них по текущим данным для всех анализируемых стран

Страна	Старт	Лag старта (дни)	Финиш	Лag финиша (дни)
Испания	27 февраля	2	31 марта	3
Великобритания	2 марта	3	7 апреля	3
Южная Корея	19 февраля	3	3 марта	6
Канада	10 марта	4	7 апреля	1
Мексика	12 марта	3	К 30 мая финиш не определяется	
Новая Зеландия	18 марта	5	31 марта	4
Чехия	8 марта	3	26 марта	5
Сингапур-1	18 марта	4	27 марта	1
Сингапур-2	13 апреля	5	24 апреля	2

Примечание. Раздвоение Сингапура как бы на две страны обязано двум всплескам числа инфицированных за день. Один, небольшой, был в период 19-26 марта, а более мощный – после 13 апреля. Анализ этой ситуации рассматривается в тексте (см. рисунок 5 и пояснения к нему).

Если оценивать приведенные в этой таблице результаты в целом, то можно было бы сказать, что они «неожиданно хорошие», поскольку обнаруживают старт экспоненциальной фазы по ряду из пяти или менее наблюдений (*лаг*), что никак не увязывается с возможностями математической статистики с учетом той волатильности, которой подвержены по естественным и организационным причинам данные о суточном числе инфицированных практически

¹⁰ Это США, Россия, Израиль, Иран, Япония, Ю. Корея, Индия, Эквадор и 8 европейских стран: Великобритания, Германия, Франция, Италия, Испания, Швеция, Швейцария и Греция.

¹¹ Позже к этому списку были добавлены Швеция и мегаполис Москва. Их анализ проводился отдельно и вынесен в два самостоятельных кейса (см. Приложения 2 и 3 соответственно).

во всех странах. Это хорошо видно на диаграммах с указанием дат t_0 (красный кружок) и \hat{t}_0 (зелёный кружок) для первых пяти стран¹² из таблицы (см. рисунок 3).

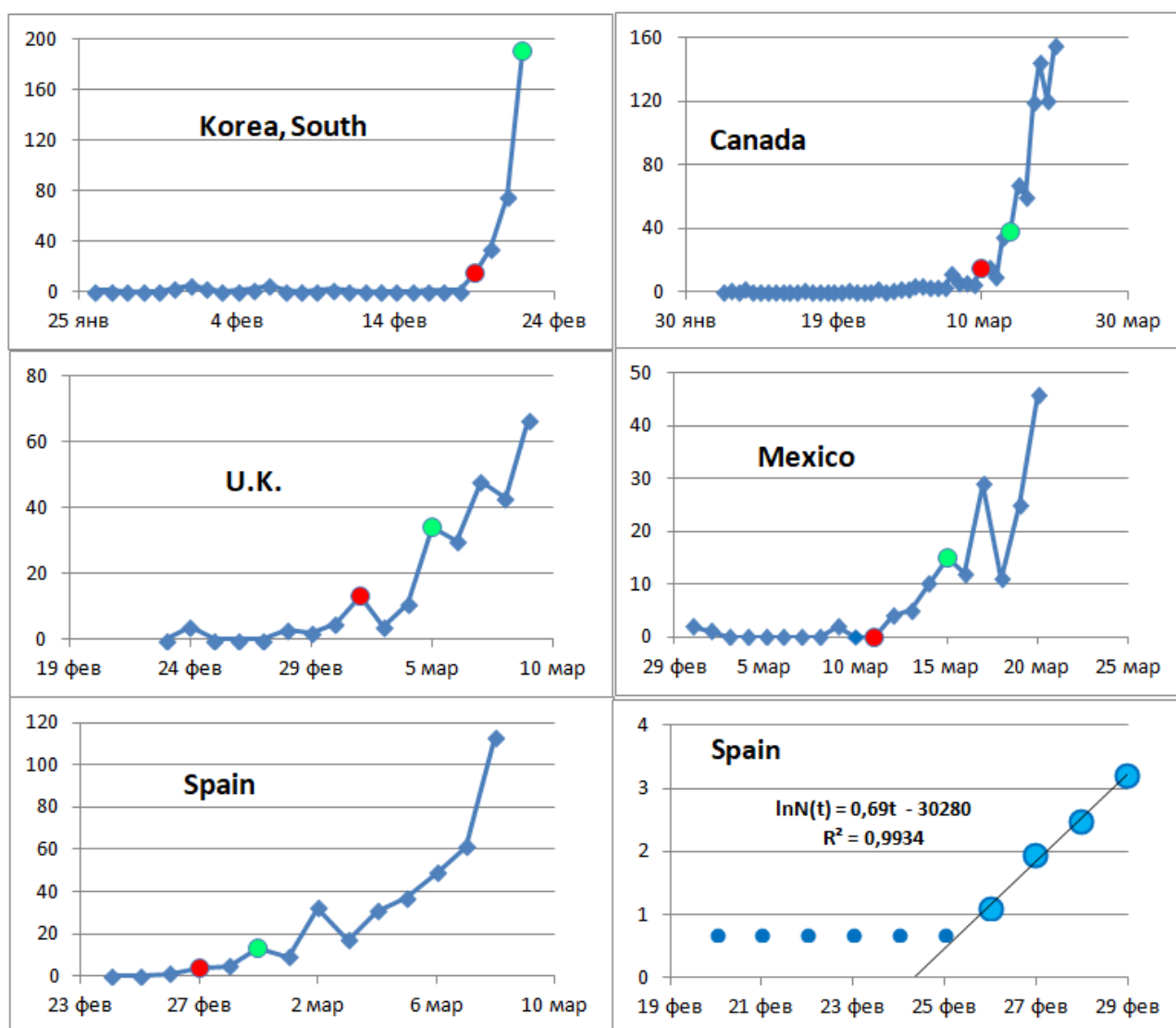


Рис.3. На пяти диаграммах (5 стран) представлены графики суточного числа инфицированных от начала эпидемии до тех дней, когда экспоненциальный всплеск визуально очевиден. Самая нижняя справа диаграмма – график $\ln N(t)$ за 20-29 февраля¹³ в Испании.

Если смотреть только на представленные на диаграммах графики, то совершенно неясно, с чего вдруг индицируется, например, старт экспоненциальной фазы 27 февраля в Испании и уже 29 февраля по текущим (!) данным диагностируется в силу \hat{T}_0 наступление экспоненциальности? Визуальным ответом на этот вопрос служит нижняя правая диаграмма, глядя на которую мы видим, с какой взрывной скоростью нарастает число зараженных с 26-го по 29 февраля. Дополнительную информацию об этом дают и коэффициенты корреляции:

Дата t (февраль)	27	28	29
Коэффициент корреляции $r(t)$	0,97	0,86	0,97

Совместное предъявление временных графиков $n(t)$, $\ln N(t)$ и $r(t)$ часто оказывается вполне

¹² Эти страны рассматривались нами как полигон, на котором проводились испытания индикаторов на стадии их разработки и конструирования.

¹³ До 26 февраля в Испании были зафиксированы всего два случая заражения COVID-19: 2 и 11 февраля.

достаточным аргументом для принятия решения о том, что экспоненциальная фаза уже наступила, хотя каждый из графиков сам по себе может быть мало убедительным.

Но из таблицы 1 следует и более важный результат: предложенный подход к диагностике экспоненциальной фазы практически столь же эффективно сработал и на тестовых странах, которые выступали в качестве контроля. Причем, не только для определения t_0 и \hat{t}_0 , но и для дат t_e и \hat{t}_e , характеризующих окончание экспоненциальной фазы. С точки зрения последствий от существенного запаздывания в диагностике старт экспоненциальности на порядок важнее, за этим стоят многие жизни людей, но и даты финиша весьма существенны в социальном и экономическом отношении. Здесь потери другого сорта и другой природы, однако они могут, например, сильно ухудшить положение с бедностью и безработицей.

Для оценки того, как работает предложенный нами метод, разберемся в том, что происходило с распространением коронавируса SARS-CoV-2 в Сингапуре. Рассмотрим сначала динамику главных показателей, используемых нами для диагностики экспоненциальной фазы эпидемии по текущим данным $\ln N(t)$, $\lambda(t)$ и $r(t)$, к которым добавим динамику среднесуточного числа инфицированных за последнюю неделю (см. рисунок 4).

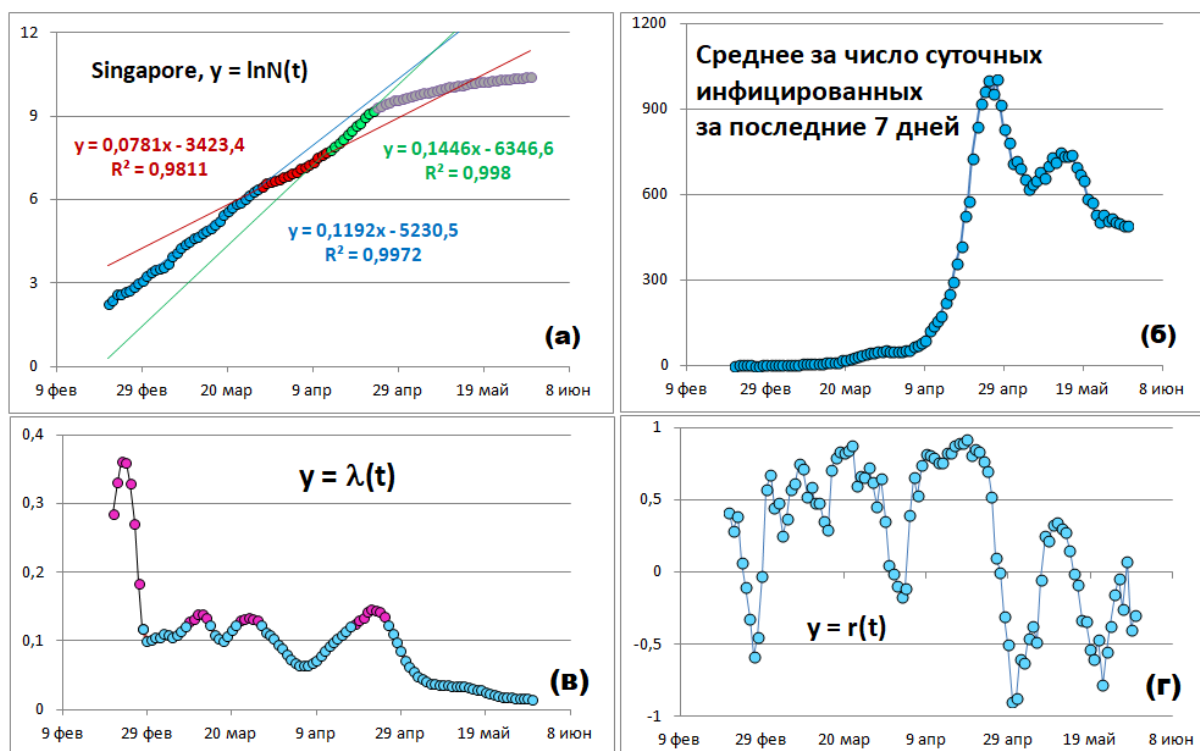


Рис.4. Здесь представлено четыре диаграммы под литерами (а), (б), (в) и (г):

- (а) График $\ln N(t)$ в интервалах: 21.02-27.03; 28.03-12.04; 13.04-23.04 и 24.04-30.05;
- (б) График $\bar{n}(t) = (\sum_{u=t-6}^{u=t} n(u))/7$ – среднесуточное число заражений за неделю;
- (в) Траектория $\lambda(t)$, фиолетовым выделены участки, где $\lambda(t) > 1/8$;
- (г) Динамика коэффициентов корреляции $r(t)$ по десятидневному отрезку перед t .

Мы уже говорили, что выделение экспоненциальной фазы, требует совместной индикации по нескольким расчетным характеристикам одновременно. Так, например, четкий и длительный рост $\ln N(t)$ с коэффициентом 0,1192 на Рис.4(а) явно говорит о *возможном наличии* экспоненциальной фазы в начальной стадии развития эпидемии, до 27 марта. За это «голосует» и Рис.4(в) по легким всплескам $\lambda(t)$ 10-14 и 22-26 марта, а вот устойчиво высокие значения $r(t)$ появляются лишь после 17 марта. Всё это дает повод более подробно рассмотреть этот интервал времени, от начала эпидемии до первой недели апреля, о чем пойдет речь чуть позже.

На той же диаграмме Рис.4(а) в интервале 13-23 апреля коэффициент экспоненциальности ещё выше: 0,1446. В этом же интервале идет монотонное нарастание $\lambda(t)$ с 0,098 до 0,146 (см. Рис.4(в)). И в этом же интервале самые высокие значения $r(t)$:

Апрель, дата	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Значение $r(t)$	0,77	0,84	0,84	0,89	0,90	0,90	0,93	0,82	0,86	0,84	0,77

Всё это в целом характеризует зону экспоненциальной фазы распространения эпидемии, что и было практически точно установлено алгоритмами T_0 и T_e при определении её границ.

Таким образом в динамике распространения COVID-19 в Сингапуре оказалось две области экспоненциальности, которые графически представлены на рисунке 5 с данными о суточном числе инфицированных. Обратите внимание, сколь ярче за счет сглаживания вычленяет разные этапы развития эпидемии Рис.4(б) в сравнении с Рис.5(б) и сколь велика в нем потеря информации по сравнению с Рис.5(а) из-за масштабных эффектов.

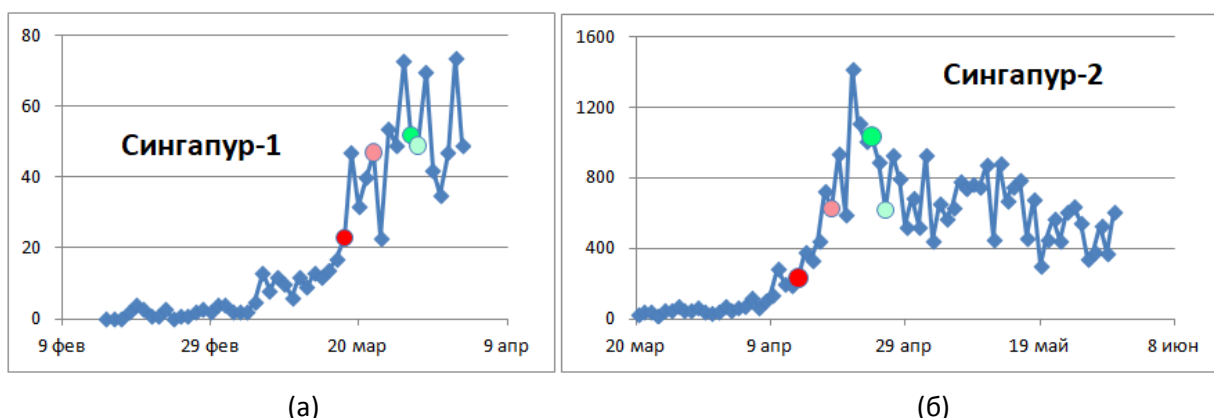


Рис.5. Динамика суточного числа инфицированных в интервалах 15.02-03.04 и 20.03-30.05 на диаграммах (а) и (б) соответственно. Красный кружок – дата t_0 , розовый – \hat{t}_0 , зеленый и синеватый – даты t_e и \hat{t}_e . Масштабы по оси ординат в (а) и (б) различаются в 20 раз.

На рисунке 5 обе диаграммы показывают почти идентичное нарастание числа инфицированных, если забыть о масштабах измерения их числа. Вследствие этого оказалось, что в Сингапуре наш подход сработал дважды. Первая экспоненциальная фаза (18-27 марта) ловилась по текущим данным 22 марта и уже 28 марта фиксировалось её окончание, но всё это происходило на уровне 40-50 инфицированных в день. Вторая фаза экспоненциальности была намного серьезнее, с ростом от 233 до 1426 заражений в сутки всего за 8 дней, после чего пошел медленный спад с колебаниями и новыми зигзагами, что хорошо видно на Рис.5(б).

Отметим ещё Мексику, где экспоненциальная фаза продолжается до сих пор (Рис.6), причем, размах колебаний только увеличивается, так что непонятно что будет дальше.



Рис.6. Мексика: динамика суточного числа инфицированных с 29 февраля по 21 апреля.

4. Обсуждение результатов и выводы

Из таблицы 1 следует, что предлагаемый в статье алгоритм для обнаружения экспоненциальной фазы эпидемии по текущим данным лишь на 2-5 дней запаздывает по отношению к старту этой фазы, который определяется по всей траектории, по крайней мере, по 1-2 неделям наблюдения после старта. Этот лаг совсем невелик по сравнению с тем, сколько времени раскачивалась власть в большинстве стран для принятия адекватных происходящему мер борьбы с COVID-19.

Хотелось бы, конечно, сравнить предлагаемые нашей методикой даты \hat{t}_0 с датами принятия «судьбоносных» решений правительствами этих стран, но дело в том, что и законы в разных странах разные, и решения, как правило, трудно сопоставимые одно с другим. Например, в Канаде имеется 13 во многом независимых территорий, так что каждая из них сама объявляла своё собственное [чрезвычайное положение](#) (ЧП). Основные требования были следующими: закрыть школы (на одной территории – только рекомендация), детские сады (на 9-ти территориях), бары (11 территорий), рестораны (на 8-ми – закрыть, на 3-х – организовать дистанцирование) и ограничить собрания жителей по числу участников:

Закон о ЧП (март, дата принятия)	12	16-18	17-20	18	19	22
Запрет собраний (не более, чем...)	любые	нет	50	25	10	5
В скольких территориях действует	1	3	6	1	1	1

Первым и с жестким набором ограничений выступила 12 марта территория Квебек (11% от населения Канады), остальные – без жестких ограничений, если не считать решения о закрытии школ, детских садов и баров с ресторанами.

Вследствие этого сравнения затруднены. Для Канады, по нашим оценкам, уже 14 марта надо было принимать жесткие меры на уровне федеральных властей, но для более 85% населения даже слабые ограничения принимались не ранее 17 марта.

Совсем непросто с Сингапуром. Дело в том, что реальный жесткий режим самоизоляции и других ограничений был введен 7 апреля, после пережитой волны заражения во второй половине марта, см. Рис.5(а), на фоне нового и пока ещё небольшого всплеска (Рис.7). Похоже, что это нарастание в течении 4 дней и особенно последний скачок до 120 инфицированных (максимум за предыдущие дни равнялся 73 зараженным) подвинул власти Сингапура на это решение с введением жесткого режима и жесткого контроля за его исполнением (см. Приложение 1, Сингапур).

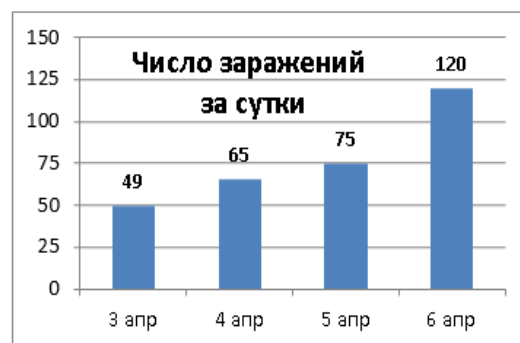


Рис.7. Сингапур, 3-6 апреля, динамика заражений

Однако, как было продемонстрировано на Рис.4(а), в интервале дат от 28 марта и до 12 апреля рост $\ln N(t)$ был равномерно слабее предыдущего роста, да и коэффициенты корреляции $r(t)$, Рис.4(г), не диагностировали никакой экспоненты, так что это скорее всего был всего лишь шок от неожиданных 120 инфицированных за сутки, тем более что реальная экспонента роста началась лишь 13 апреля, см. Рис.4(а), зеленые точки.

В Чехии 11 марта (предлагаемая нами дата для принятия жестких мер $\hat{t}_0 = 11.03.20$) были закрыты все учебные заведения, от начальных школ до университетов. Далее, 12 марта были закрыты детские сады и начальные художественные школы, 14 марта – запрет на посещение бассейнов, спортивных площадок с участием более 30 человек, рынков, тюрем и т.п. Наконец, с 19 марта – масочный режим. И как уже отмечалось в вводной части статьи, в Испании, Великобритании и Мексике власти опаздывали с принятием решений практически на

пару недель по отношению к рассчитанной нами дате \hat{t}_0 , что явно отразилось на катастрофическом распространении COVID-19 в этих странах.

Следует всё же отметить, что базовые индикаторы экспоненциальной фазы в Великобритании были выражены не так ярко, как в Испании и Мексике (рисунок 8). И всё же видно, что коэффициенты корреляции уже высоки и наклон прямой, показывающий нарастание заражений, существенно больше 1/8. Все 3 диаграммы неплохо "голосуют" за то, что экспоненциальная фаза эпидемии 5 марта уже началась (определенная нами дата \hat{t}_0).

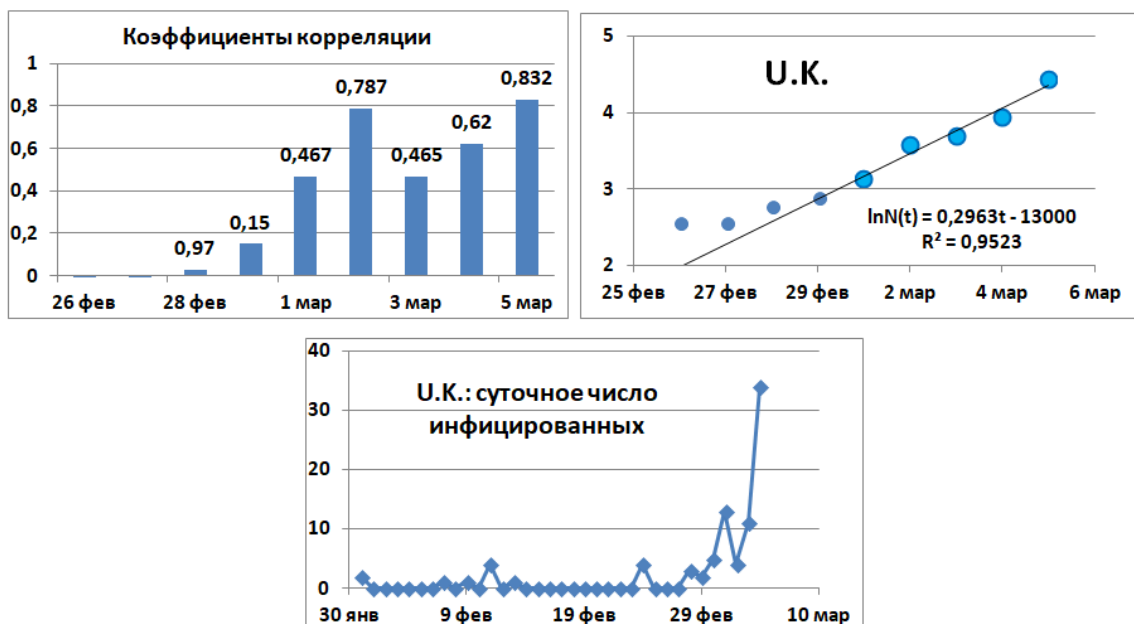


Рис.8. Три диаграммы, созданные по наблюдениям за числом инфицированных в Великобритании вплоть до 5 марта.

Единственная страна из этих 5-ти, которая сработала тютелька в тютельку, это – Южная Корея. В ней тоже, как и в Канаде, не вводили полицейских мер слежения за выполнением самоизоляции, дистанцирования и других социальных действий у населения, но в Корее власть и народ доверяли друг другу и вместе пытались пережить беду. Поэтому принятые 22 февраля меры противодействия распространению COVID-19 сработали вовремя и удачно.

На диаграммах рисунка 9 показана дата t_e окончания экспоненциальной фазы эпидемии в Южной Корее и её оценка \hat{t}_e . В качестве показателей взяты коэффициенты корреляции $r(t)$ между суточным числом инфицированных и их общим числом в предыдущий день.

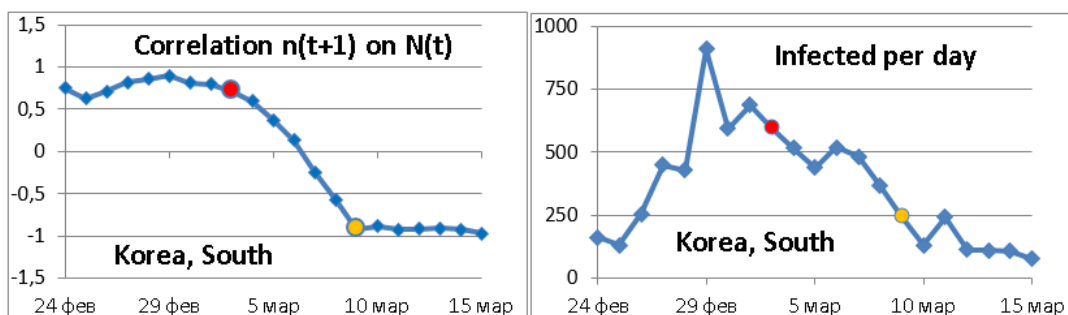


Рис.9. Иллюстрации к оценкам окончания экспоненциальной фазы в Южной Корее

Как следует из таблицы 1, лаг с определением конца экспоненциальности в Южной Корее достигает максимального значения в 6 дней среди всех обследованных стран. Дело в том, что один из базовых показателей, а именно, наклон прямой $\lambda(\tau)$, оценивающий производную к кривой логарифмов общего числа инфицированных, падает очень медленно и только 9 марта

становится меньше одной восьмой:

Даты, март	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Наклоны, $\lambda(\tau)$	0,313	0,269	0,246	0,234	0,215	0,187	0,156	0,128	0,100	0,082

Было бы несложно провести подобного типа анализ с оценкой \hat{t}_e даты t_e окончания экспоненциальной фазы для всех рассматриваемых стран и обсудить значения этих оценок, но в настоящее время решение этих проблем носит скорее академический интерес, чем важный для практических целей результат. Достаточно сказать, что по результатам проведенного исследования можно с уверенностью говорить, что расчет дат \hat{t}_0 и \hat{t}_e по текущим данным во время той или иной опасной эпидемии является заведомо полезным делом, особенно в связке с диаграммами, на которых дается динамика $n(t)$, $\ln N(t)$, $\lambda(t)$ и $r(t)$.

По крайней мере, учет этой информации в Испании, в Великобритании и в Мексике во время эпидемии COVID-19 заведомо изменили бы ситуацию и спасли бы тысячи жизней и десятки тысяч "лишних" заболевших.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Борьба с COVID-19 в исследуемых странах

Испания

12 февраля 2020 года была отменена выставка Mobile World Congress, которая должна была пройти в Барселоне с 24 по 27 февраля.

6 марта Испанская епископская конференция постановила принять ряд мер по предотвращению распространения коронавирусной инфекции в церквях, включая отказ от хранения святой воды, избегание рукопожатий и поцелуев икон.

8 марта десятки тысяч испанцев вышли на демонстрацию под лозунгом «Если мы остановимся, мир остановится»

11 марта было объявлено, что финал Кубка Испании по футболу между командами «Реал Сосьедад» и «Атлетик Бильбао», который должен быть пройти в Севилье 18 апреля, откладывается на неопределённый срок.

Власти Испании до последнего не объявляли карантин ни в отдельных регионах, ни в стране в целом. 14 марта, когда правительство наконец село обсуждать условия массовой изоляции, в стране насчитывалось уже 5753 заболевших, из них 136 умерли, а за последние сутки в стране прибавилось 1519 заразившихся.

Срочное заседание совета министров по карантину, которое назначили на 14 марта, длилось больше семи часов (с раннего утра до шести вечера) и стало одним из самых долгих в истории. Чтобы огласить принятое решение о жесткой изоляции по всей стране, Санчесу понадобилось еще три часа: он выступил только в 21:00 по Мадриду.

Великобритания

Самое раннее заражение внутри Соединённого Королевства произошло 28 февраля 2020 года; все ранее выявленные пациенты заразились за границей. К 1 марта были выявлены случаи заражения в Англии, Уэльсе, Северной Ирландии и Шотландии. Борис Джонсон обнародовал план действий по борьбе с коронавирусом 3 марта (разработан комитетом при СОБРА) и тогда же правительство объявило вспышку «инцидентом 4 уровня». Некоторые английские школы тогда же объявили о своём закрытии, авиакомпании объявили о том, что отменяют определённые рейсы.

12 марта уровень риска в Великобритании был повышен с умеренного до высокого. И только после 15 марта правительство сообщило о дальнейших мерах: о социальном дистанцировании. 18 марта было объявлено, что Великобритания закрывает школы для большинства учащихся. 20 марта были закрыты все рестораны, пабы, клубы, а также спортивные и развлекательные комплексы в помещении. 23 марта правительство объявило, что эти меры должны быть ещё более ужесточены с введением широкомасштабных ограничений на свободу передвижения, которые могут применяться в соответствии с законом.

Южная Корея

20 января 2020 года был зафиксирован первый подтверждённый случай заболевания COVID-19: 35-летняя женщина из Китая. Через три дня был подтверждён первый заболевший гражданин Южной Кореи: им стал 55-летний мужчина, работавший в Ухани и вернувшийся на родину после появления респираторных симптомов. 24 января было выпущено официальное сообщение о первых двух заболевших.

В первые четыре недели после появления COVID-19 в Республике Корея распространение вируса контролировалось посредством отслеживания использования кредитных карт и изучения видеозаписей с камер наблюдения по подтверждённым пациентам.

18-19 февраля произошла вспышка заражений. Значительный рост числа инфицированных в Южной Корее в феврале был связан с собраниями секты «Церковь Иисуса Синчхонджи», члены которой продолжали посещать религиозные мероприятия даже после появления симптомов болезни. Меры борьбы были приняты практически сразу. Уже 22 февраля премьер-министр Чон Се Гюн обращается к нации, вводятся защитные меры: гигиена, карантин, добровольная самоизоляция и метод борьбы "3Т" от трех английских слов: trace – отследить потенциального больного и выявить все его возможные контакты; test – протестировать «подозреваемых» и treat – излечить. Всё это удалось без полицейских мер, без жесткого карантина с блокадой городов., поскольку в Южной Корее общество и государство в настоящее время доверяют друг другу.

Канада

В Википедии есть статья "Распространение COVID-19 в Канаде" с замечательной таблицей по действиям властей в разных регионах Канады. Из неё следует, что Квебек объявил чрезвычайное положение 12 марта, 16 марта – остров принца Эдуарда, 17 марта – Онтарио и Альберта, 18 марта – 6 территорий, 19, 20 и 22 марта ещё 3 региона. Основные требования состояли в запрете собраний (больше 50 человек), закрытии школ, детских садов, баров и ресторанов, но с вариациями. Самые жесткие меры – в Квебеке (за пределами места работы и семьи никаких контактов ни с кем), а вот в 2-х регионах (Юкон и Северо-западные территории) продолжали работать детские сады, рестораны и бары.

Мексика

10 марта был зарегистрирован восьмой случай — 47-летний гражданин Германии, который вернулся из командировки в Италию. В тот же день 40 человек из танцевальной труппы, вернувшиеся из тура по Италии, были помещены в **карантин**.

Из публикации <https://www.bbc.com/russian/features-52231171> можно извлечь сведения, что **в марте** в стране были запрещены массовые мероприятия и собрания более 100 человек, что **в середине марта** власти штата Юкатан приняли решение о приостановке допуска туристов к знаменитым пирамидам майя, а **в конце марта** гражданам рекомендовали соблюдать правила гигиены, держать дистанцию и стараться соблюдать режим самоизоляции.

И точный факт: **30 марта** правительство Мексики решило объявить чрезвычайную ситуацию. Об этом заявил министр иностранных дел: "Эпидемия, вызванная коронавирусом SARS-CoV-2, объявляется **чрезвычайной ситуацией** <...> в сфере здравоохранения. <...> Действие этой меры продлится до 30 апреля текущего года".

Сингапур

С 7 апреля и до 4 мая государство-город находится на частичном карантине. Закрыто всё, кроме учреждений первой необходимости, таких как аптеки, продуктовые магазины, банки, стоматологии (только для экстренных случаев), почта, химчистки, парикмахерские (только для обычных стрижек и укладок). Разрешается выходить из дома за продуктами, на пробежку, прогулку с детьми. Запрещены любые контакты с друзьями и даже родственниками, если вы не проживаете вместе. Министерство труда выделило около 3000 сотрудников, которые передвигаются по городу и фиксируют все случаи нарушения режима самоизоляции. Первый раз – письменное предупреждение, второй – штраф в 300-10 000 SGD и до полугода тюрьмы, а за третье нарушение грозит штраф до 20 000 и до 12 месяцев тюрьмы.

<https://www.vedomosti.ru/society/articles/2020/04/13/827908-singapore>.

До этого были (с 16 марта) рекомендации по личной санитарии, рекомендация дистанционной работы везде, где это возможно и 14-дневный карантин для прибывающих (кому это позволено). Дистанцирование на работе и в общественных местах – 1 метр.

Новая Зеландия

15 марта в Новой Зеландии были закрыты границы для иностранцев, и был объявлен карантин на 14 дней для всех возвращающихся жителей страны из-за границы.

25 марта правительство Новой Зеландии объявило режим чрезвычайного положения для того, чтобы максимально ограничить социальные контакты и обеспечить самоизоляцию граждан. На территории государства закрыты все предприятия и учреждения, чья деятельность не связана с жизнеобеспечением граждан, а также детские сады и школы. Частные поездки по стране считаются нежелательными, а общественным транспортом могут пользоваться только сотрудники экстренных служб, врачи и работники ключевых учреждений и ведомств. ... 20 апреля правительство в четвертый раз продлило действие режима чрезвычайного положения на 7 дней. Ожидается, что 27 апреля часть ограничений будет снята, а с 29 апреля будут открыты школы и детские сады (<https://tass.ru/obschestvo/8291441>).

Чехия

Министерство здравоохранения запретило присутствие учеников и студентов в сфере образования и обучения в начальных, средних, высших профессиональных и университетских и школьных учреждениях с 11 марта 2020 года до дальнейшего уведомления. Детские сады и начальные художественные школы – с 12 марта.

Запрет с 14 марта на посещение бассейнов, туристических центров, спортивных площадок с участием более 30 человек; запрет розничных продаж на рынках и торговых площадках; запрет на посещение следственных изоляторов, тюрем и мест содержания под стражей;

Запрещение (действует с 19 марта) быть вне дома без "масок" (респиратор, вуаль, шарф, шаль или другие средства, предотвращающие распространение капель). Исключение для иностранных работников (пассажиры), ограничивающих передвижение на территории Чешской Республики со строго необходимыми потребностями.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Швеция

Вся ситуация с эпидемией COVID-19 в Швеции – это особая история. Однако наше исследование нацелено лишь на выявление экспоненциальной фазы эпидемии и на действия властей в этом временном интервале. Конечно, мы просматриваем более широкий диапазон дат, но не акцентируем внимание на правительственных решениях за пределами экспоненциальности. Вследствие этого мы выделили в Швеции следующие шаги властей:

- ✓ **19 марта.** Запрет на въезд в Швецию (будет действовать в течение 30 дней).
- ✓ **20 марта.** Вступил в силу закон о закрытии средних школ и дошкольных учреждений в случае возникновения чрезвычайных обстоятельств¹⁴. Университеты закрываются, но образование продолжается в режиме онлайн и на основе дистанционного обучения.
- ✓ **24 марта.** Министр здравоохранения и социальных дел Швеции призвала шведов практиковать социальное дистанцирование и звонить друзьям и родственникам, а не встречаться с ними лично, если это возможно, и не ездить во время пасхальных каникул, но никакого формального запрета пока нет.
- ✓ **31 марта.** Запрет на посещение домов престарелых.

Отметим, что до этого были лишь *рекомендации* для школ (при желании устраивать онлайн-классы) и для граждан (остаться дома при первых симптомах нездоровья, работать дома, если можно, и не путешествовать по Швеции, если это не важно). А то, что мы ограничились лишь решениями шведских чиновников в марте месяце¹⁵ обусловлено тем, что после этого никакой экспоненциальной фазы не было, что тривиально следует из рисунков 1-4.

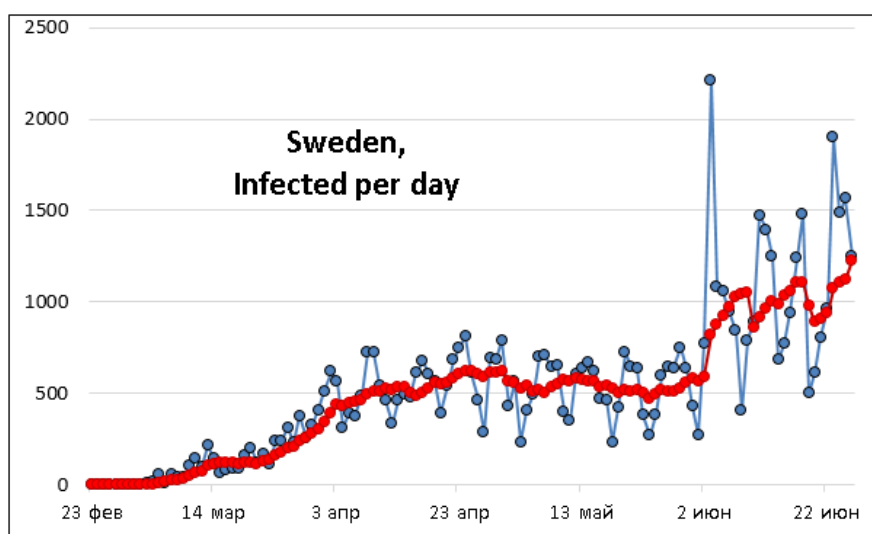


Рис.1. На диаграмме представлена динамика суточного числа инфицированных (серые точки) и сглаженная траектория (красные точки), а именно, для каждой даты t вычисляется среднее значение за 7 предшествующих дней, т.е. усредняются значения $n(t - 6), \dots, n(t - 1), n(t)$.

Из представленной диаграммы явно вырисовывается несколько качественно разных периодов распространения коронавируса SARS-CoV-2 в Швеции. Особенно четко это просматривается из траектории средних значений. Это два отрезка роста с ускорением в интервалах с 23 февраля до 14 марта и с 14 марта до 3 апреля, затем ползучая кривая примерно до 2 июня и, наконец скачок вверх без намёка пока на снижение. Отметим также, что на этих участках зримо разный разброс в данных, причем, заметно растущий от интервала к интервалу.

¹⁴ Однако чрезвычайная ситуация не объявлена, так что решения принимают руководители, закрывать или нет.

¹⁵ О том, что происходило в Швеции в апреле и первой декаде мая, можно прочесть в достаточно подробной статье из Новой Газеты [«Когда смерть стала сюрпризом»](#) от 11 мая.

Само колебание в данных представляет некую загадку, т.к. периоды колебаний между максимумами и между минимумами в интервале с 29 марта по 29 мая практически точно равен 7 дням. Более того, распределение по дням недели максимумов и минимумов очень специфично, что отражает таблица 2.

Таблица 2. Распределение максимумов и минимумов в период с 29 марта по 29 мая: в клетках проставлено число случаев, приходящихся на соответствующий день недели

Дни недели	Пн.	Вт.	Ср.	Чт.	Пт.	Сб.	Вс.
Минимумы	4	-----	-----	-----	-----	2	4
Максимумы	-----	-----	2	4	3	-----	-----

Мы видим, что минимальные значения числа инфицированных приходятся на воскресенье с его соседями (суббота и понедельник), максимальные значения концентрируются вокруг четверга. Эти странности можно объяснять либо усиленными контактами шведов в выходные дни и всплеском числа инфицированных примерно через 10-12 дней после этого, либо чисто техническими проблемами сбора данных в одном месте из разных концов страны (к четвергу все данные с задержкой в 2-4 дня приходят). Мы склоняемся к первому варианту, тем более, что максимумы 3, 11 и 18 июня не нарушают эту тенденцию (как и минимумы).

И не менее любопытно, что траектория максимумов находится выше линии в 600 инфицированных за сутки, а траектория минимумов колеблется вокруг значения $n(t) = 300$, что хорошо видно на диаграмме (а) рисунка 2.

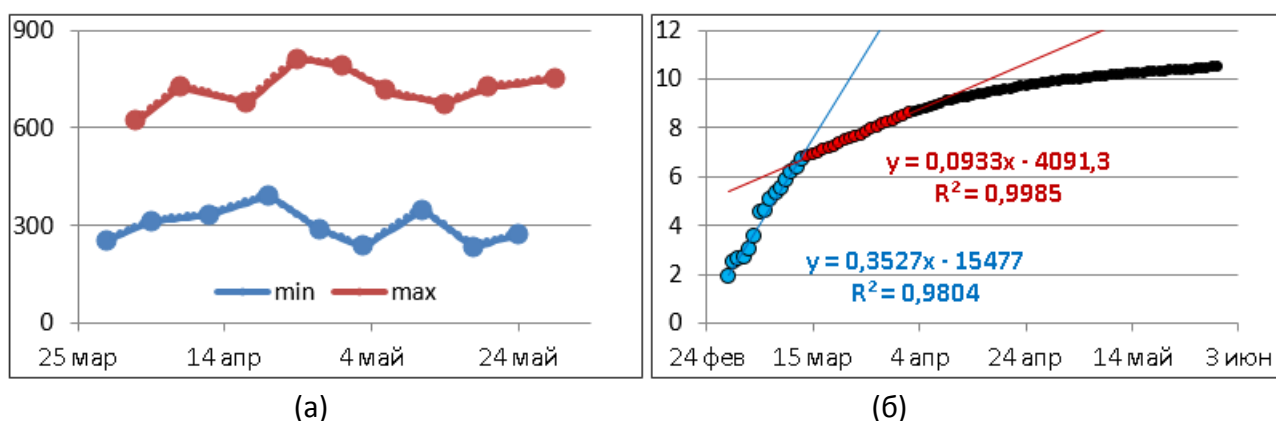


Рис.2. На диаграмме (а) взяты даты явных минимумов и явных максимумов на интервале от 29 марта до 29 мая и значения этих минимумов и максимумов представлены как отдельные траектории. На диаграмме (б) представлена динамика $\ln N(t)$, разделенная на три периода с закрашенными синим, красным и черным цветом точками.

Мы знаем, что линейный характер роста у кривой $y = \ln N(t)$ означает экспоненциальный рост $N(t)$, но мы не должны забывать, что мы имеем дело со статистическими рядами данных, так что даже высокие значения коэффициента детерминации не дают права на надежные выводы, если коэффициент наклона аппроксимирующей прямой $y = ax + b$ сравнительно мал. Конечно, при $a = 0,3527$ по 15 синим точкам с $R^2 > 0,98$ сомневаться в экспоненциальности не приходится, а вот 20 красных точек (с 14 марта по 2 апреля включительно) уже не столь «экспоненциальные» из-за малого наклона ($a = 0,0933$), хотя для них $R^2 > 0,99$.

Дело в том, что переход от логарифмов к экспоненте для общего числа инфицированных $N(t)$ превращает абсолютные ошибки (отклонения $\ln N(t)$ от прямой) в относительные, так что мы получим $N(t) = \exp(\lambda t) \cdot (1 + \varepsilon)$, где ε можно с некоторой натяжкой считать нор-

мально распределенными и независимыми от даты к дате случайными величинами с нулевым средним и одной и той же дисперсией. Достаточно простые расчеты для интервала от 14 марта по 2 апреля дают значение 0,04145 для сигмы (корень из дисперсии ε). В силу не очень адекватных гипотез о генезисе ошибок мы должны несколько ужесточать требования к доверительным границам, а поэтому рассмотрение трехсигмовых границ кажется нам естественным. Отсюда следует, что приближенно $N(t) \cong \exp(\lambda t) \cdot (1 \pm 1/8)$ в данном интервале, что захватывает линейную¹⁶ аппроксимацию динамики $N(t)$ с $R^2 = 0,9375$. Этот вывод подтверждает анализ участка от 24 марта по 2 апреля на линейность, см. Рис.3(б). Отметим, что это – вторая и более круто растущая половина интервала 14.03-02.04.

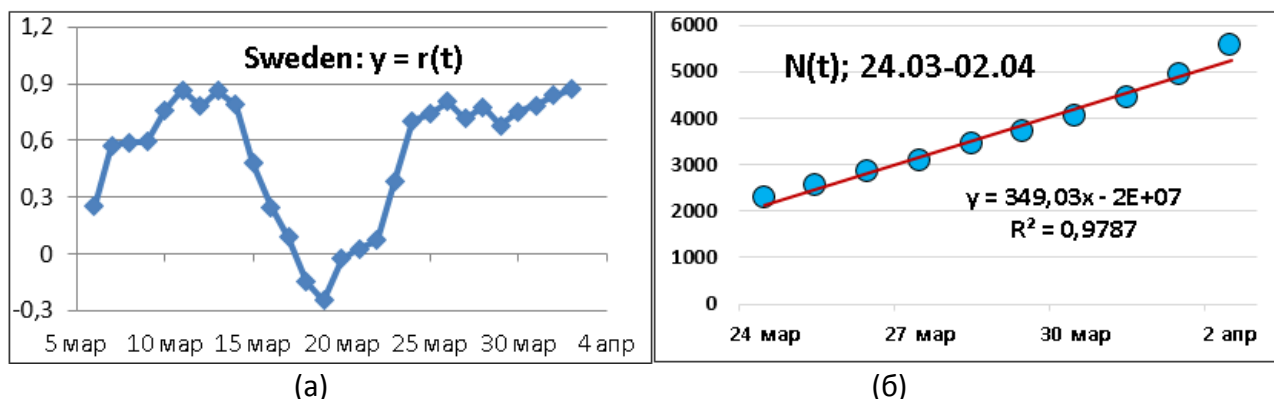


Рис.3. На диаграмме (а) дана динамика коэффициентов корреляции $r(t)$; на диаграмме (б) приведены точки $(t, N(t))$ для t с 24 марта по 2 апреля и аппроксимирующая их прямая.

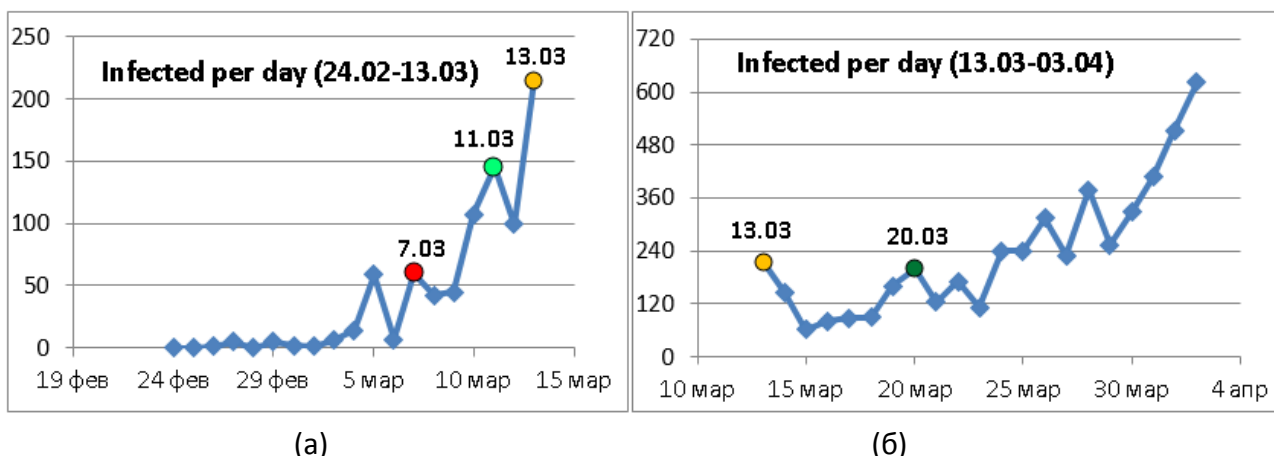


Рис.4. На диаграммах (а) и (б) приведена динамика суточного числа инфицированных (на (а) дан интервал 24.02-13.03, а на (б) – его продолжение, интервал 13.03-03.04 с другим масштабом ординат. Красная и желтая точки – старт и финиш экспоненциальной фазы, ярко-зеленая и темно-зеленая точки – их оценки по текущим данным.

Проведенный нами анализ данных о заражениях COVID-19 в Швеции позволяет думать, что разработанные алгоритмы обнаружения экспоненциальной фазы эпидемии должны бы зафиксировать полностью или частично интервал 28.02-13.03, помеченный синим цветом на диаграмме Рис.2(б). И возможно укажут на какие-либо признаки экспоненциальности в данных из интервала 14.03-02.03. Рисунок 4 в основном отвечает на этот вопрос. Алгоритмы, на наш взгляд, сработали очень четко.

Во-первых, по всей траектории наблюдений «истинная» экспоненциальная фаза определяется в пределах от 7 марта (старт) до 14 марта (финиш). Короткая, продолжающаяся всего

¹⁶ Вообще говоря, идеальной оказывается параболическая аппроксимация с $R^2 > 0,995$.

одну неделю фазы, но именно в этом интервале властям следовало принимать самые серьезные меры борьбы с распространением коронавируса SARS-CoV-2. Можно спросить: почему не раньше? Ответ дает динамика коэффициентов корреляции $r(t)$, представленная на Рис.3(а): только после 7-го марта суточный прирост инфицированных начинает проявлять положительную линейную зависимость от общего числа инфицированных. И, кстати, эта связь практически пропадает после 14 марта. Правда, она появляется вновь после 23 марта, но это мы обсудим чуть позже.

Во-вторых, по текущим данным алгоритм \hat{T}_0 ловит наличие экспоненциальной фазы 11 марта, т.е. на 4-й день после её старта. Несколько больший лаг при обнаружении отсутствия фазы экспоненциальности алгоритмом \hat{T}_e : оно (отсутствие) улавливается 20 марта, т.е. на 6-й день после «истинной» даты. Всё это проиллюстрировано диаграммами (а) и (б) рисунка 4.

И в завершение нам надо дать достаточно убедительные основания для отвержения гипотезы об экспоненциальной фазе в интервале дат от 14 марта по 2 апреля. За наличие такой фазы вроде бы «голосует» участок красных точек на Рис.2(б), но более важным индикатором являются высокие значения $r(t)$. Но на Рис.3(а) после 14 марта высокие и значимые коэффициенты корреляции появляются только после 23 марта, т.е. на экспоненциальный рост мог бы претендовать лишь интервал 24.03-02.04, но динамика $N(t)$ на этом участке, как показывает Рис.3(б) близка к линейной и совсем не похожа на экспоненту. Нам кажется, что анализ динамики суточного числа инфицированных в Швеции заслуживал отдельного разбора.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Экспоненциальная фаза в Москве

Москву, как и любой многомиллионный мегаполис, вполне можно рассматривать как отдельное государство. В качестве источника данных о числе инфицированных за одни сутки мы в основном пользовались веб-страницей: <https://coronavirus-monitor.ru/coronavirus-v-moskve/>.

Используя разработанные алгоритмы обнаружения границ экспоненциальной фазы, мы определили по текущим данным момент $\hat{t}_0 = 26.03$, когда можно весьма уверенно утверждать, что зона экспоненциальности уже наступила, и момент $\hat{t}_e = 23.04$, когда можно говорить об окончании этой фазы. Обе оценки имели лаг в 3 дня по отношению к границам экспоненциальности, определяемым по всей траектории наблюдений ($t_0 = 23.03$ и $t_e = 20.04$).

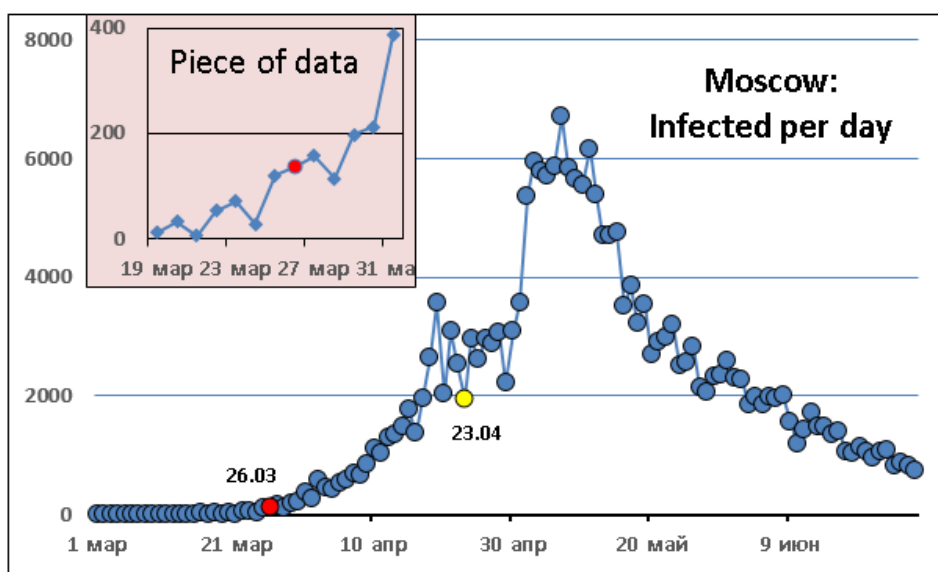


Рис.1. Динамика суточного числа инфицированных в Москве. Дата \hat{t}_0 – красный кружок, а \hat{t}_e – жёлтый. Врезка: в крупном масштабе дана динамика в интервале 19-31 марта.

На рисунке 1 есть пара особенностей, на которые стоит обратить внимание. Это траектория суточного числа заражений $n(t)$ в окрестности 26 марта и выброс далеко за 4000 инфицированных в интервале 2-15 мая. Первую особенность мы обсудим вместе с диаграммами (а) и (б) на рисунке 2, а вторую – на диаграммах (а) и (б) рисунка 3.

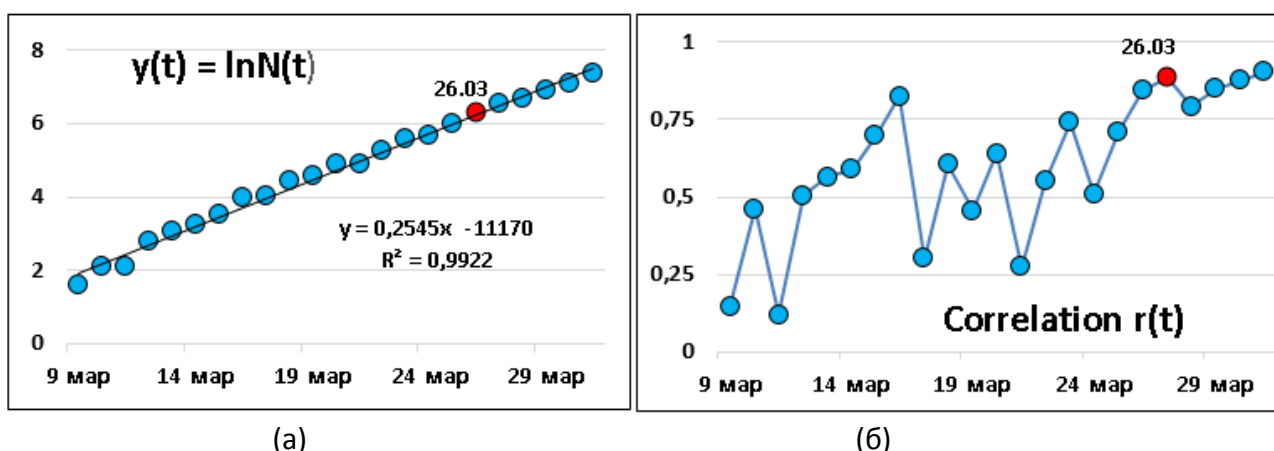


Рис.2. На диаграммах представлены: (а) траектория в интервале 9-31 марта логарифмов $N(t)$ с ближайшей к ней прямой (коэффициент детерминации $R^2 = 0,9922$); (б) траектория коэффициентов корреляции $r(t)$ в тех же пределах, 9-31 марта. Красным отмечено 26 марта.

Сама по себе врезка на рисунке 1 едва ли может считаться обоснованием для наличия экспоненциальной фазы, т.к. всё, что происходило 19-26 марта (см. врезку) больше похоже на линейный рост, чем на экспоненциальный, так что надо смотреть на динамику $r(t)$ и логарифмов от общего числа инфицированных $N(t)$. Линейность роста $\ln N(t)$ на Рис.2(а) с коэффициентом наклона 0,2545 (более чем вдвое превышает $1/8$) явно голосует за экспоненциальный рост, причем, даже с более ранних дат, но динамика важнейшего показателя, коэффициентов корреляции $r(t)$ на диаграмме Рис.2(б) показывает, что существенно высокие значения появляются только после 23 марта, так что равенство $\hat{t}_0 = 26.03$ является хорошим результатом.

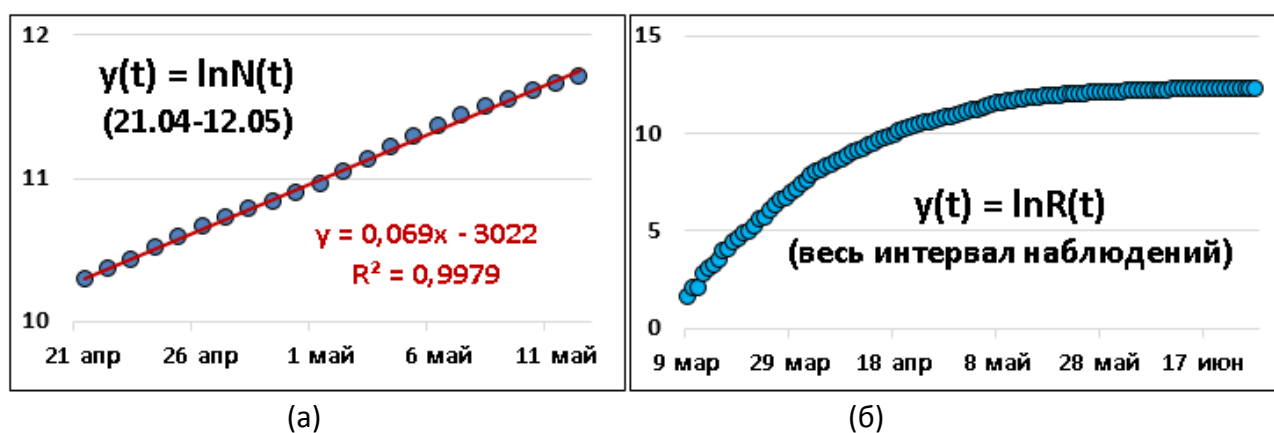


Рис.3. На диаграммах (а) и (б) приведена динамика логарифмов $N(t)$ на двух интервалах, 21.04-12.05 и 09.03-27.06 соответственно. На диаграмме (а) дополнительно выделен линейный тренд с коэффициентом угла наклона 0,069 ($R^2 = 0,9979$)

Выброс суточного числа инфицированных в интервале 2-15 мая обусловлен давкой в метро утром 15 апреля из-за неграмотных действий московской власти, что неоднократно обсуждалось в СМИ. Этот всплеск прогнозировался уже тогда, 15 апреля, но мы понимали (и утверждали), что он не окажет большого влияния на траекторию $\ln N(t)$, не изменит характер её линейности и крайне мало повлияет на её параметры. Рисунок 3 это полностью подтвер-

ждает: практически невозможно обнаружить этот мощный всплеск суточного числа заражений, разглядывая динамику $\ln N(t)$ как на диаграмме (б), так и на диаграмме (а) рисунка 3, где в крупном масштабе показан участок траектории, охватывающий этот выброс.

В дополнении к сказанному диаграммы рисунка 3 поддерживают следующую особенность данных по Москве: индикатор, характеризующий выбор даты \hat{t}_0 , лишь в интервале 26.03-04.04 принимал значение 1 (кроме 28 марта), так что никаких намеков на повтор экспоненциальности после 4 апреля не наблюдалось. По сути о том же информирует и траектория логарифмов $N(t)$, касательные к которой имеют после 18 апреля, т.е. ещё до окончания экспоненциальной фазы, явно незначимые коэффициенты угла наклона – все меньше 0,1.

Подытоживая этот анализ, мы можем сказать, что наши рекомендации о введении жестких мер противодействия COVID-19 указали бы на 26 марта (см. Рис.1), тогда как адекватные действия московских властей последовали 29 марта, что конечно же намного лучше, чем запоздания на 10-15, а то и более дней в таких странах как Испания, Мексика и Великобритания, не говоря уже о Швеции.

В заключение приведем краткие сведения о принимаемых в марте 2020 года мерах борьбы с распространением коронавируса SARS-CoV-2 в Москве:

- Из [публикации](#) от 7 марта: Зам мэра Москвы Ракова сообщила, что мэрия не рассматривает отмену массовых мероприятий из-за вируса, ... несмотря на введение в Москве специального режима по предотвращению распространения заболевания. ... Но при малейших изменениях ситуации власти готовы принять жесткие меры.
- Одним из первых действий было [Распоряжение правительства РФ](#), по которому с 18 марта закрывались по сути границы для въезда в Россию иностранных граждан и выезда за рубеж – российских граждан. С 23 марта вводился режим самоизоляции для вернувшихся из заграницы российских граждан, 26 марта к ним мэром Москвы были добавлены люди старше 65 лет и страдающие рядом хронически заболеваний. Наконец, в [Указе от 29 марта](#) С. Собянина с 30 марта вводится домашний режим самоизоляции для всех жителей Москвы независимо от возраста. ... При необходимости нахождения в общественных местах следует соблюдать социальное дистанцирование от других людей с дистанцией не менее 1,5 метров.

[Переход к COVID-19: АНАЛИЗ И ПРОГНОЗ](#)